

## Übungsaufgaben zur Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik

### Blatt 6

28. Man berechne die Grenzwerte nachstehender unbestimmter Formen:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4}{e^{4x}}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 1/2} (1 - 2x) \tan \pi x$

29. Für die unbestimmten Formen (a)  $\infty^0$  sowie (b)  $1^\infty$  gebe man je zwei Beispiele mit unterschiedlichen Grenzwerten an.

(Hinweis: Finden Sie im Fall (a) Funktionen  $f_i(x)$  und  $g_i(x)$  für  $i = 1, 2$ , so dass  $\lim f_1(x) = \lim f_2(x) = \infty$ ,  $\lim g_1(x) = \lim g_2(x) = 0$ , aber  $\lim f_1(x)^{g_1(x)} \neq \lim f_2(x)^{g_2(x)}$  gilt.)

30. Man zeige, dass der Logarithmus  $\ln x$  für  $x \rightarrow \infty$  schwächer wächst als jede positive Potenz  $x^\alpha$  von  $x$  ( $\alpha > 0$ ).

31. Man leite die unendlichen Reihen für  $\sin(x)$  und  $\cos(x)$  durch Entwicklung der beiden Funktionen in eine Taylorreihe mit dem Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  her.

32. Man approximiere die Funktion  $f(x) = 8(x + 1)^{3/2}$  durch eine lineare bzw. eine quadratische Polynomfunktion im Punkt  $x_0 = 0$ .

33. Man entwickle die Funktion  $f(x) = e^{(e^x)}$  im Punkt  $x_0 = 2$  in eine Potenzreihe und gebe das Restglied  $R_n$  nach Lagrange an. Wie groß ist der Fehler  $R_3(x)$ , falls man diese Reihe nach dem vierten Glied abbricht? Man schätze diesen Fehler für die Werte  $x = 1,9$  und  $x = 2,1$  ab.