

## Übungsaufgaben zur Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik

### Blatt 5

22. – 23. Man untersuche, wo die Funktion  $f(x)$  differenzierbar ist und bestimme dort ihre Ableitung  $f'(x)$ .

22.  $f(x) = \arctan\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\right)$

23.  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$

Ist diese Funktion stetig differenzierbar?

24. Man berechne die Ableitungen von  $\arcsin(x)$  und  $\arccos(x)$  mit Hilfe der Regel für die Ableitung der Umkehrfunktion.

25. Man berechne die ersten 4 Ableitungen der Funktion  $f(x) = (x + 1)/(x - 1)$ . Können Sie allgemein einen Ausdruck für die  $n$ -te Ableitung angeben?

26. Man beweise die Leibniz'sche Produktregel

$$(f(x)g(x))^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)}(x)g^{(n-k)}(x) \quad \text{für } n \geq 1$$

mit vollständiger Induktion und bestimme damit  $f^{(8)}(x)$  für  $f(x) = x^2e^{-2x}$ .

27. Man zeige mittels Differenzieren, dass

$$\arctan\left(\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\right) + \frac{1}{2}\arcsin x = \frac{\pi}{4} \quad \text{für } |x| < 1.$$